

*Изучена кинетика катионной полимеризации 9-винилкарбазола (ВК) в среде хлороформ-диэтилалюминийхлорид (ДЭАХ), определены константы скорости реакций. Показано, что на протекание полимеризации ВК в этой среде большое влияние оказывает комплексообразование между мономером и инициатором. В частности, это приводит к тому, что процесс полимеризации лимитируется образованием активных частиц, которыми, как предполагается, являются дикатионы ВК.*

*Проведенные с помощью созданной математической модели процесса расчеты подтвердили, что ускорение, характерное для этой реакции, хорошо объясняется ростом концентрации активных центров во времени. Образование межмолекулярной связи между ВК и ДЭАХ подтверждается появлением новых полос переноса заряда в электронных спектрах продуктов их взаимодействия, а также квантовохимическими расчетами.*

Известно, что на процесс полимеризации оказывают влияние различные факторы, изменение которых существенно сказывается на общей скорости реакции и характеристиках образующегося полимера. Основной путь решения этой проблемы – исследование кинетических закономерностей полимеризации винильных мономеров, выяснение влияния того или иного фактора на их реакционную способность (РС) в данном процессе.

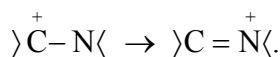
Для оценки РС 9-винилкарбазола (ВК) в катионной полимеризации нами изучена кинетика его полимеризации в растворе под действием диэтилалюминийхлорида (ДЭАХ). Выбор именно этого инициатора обусловлен следующими причинами:

1. наиболее интересные результаты с точки зрения практического использования поли-9-винилкарбазола (ПВК) в фоточувствительных композициях достигнуты благодаря применению этого инициатора для проведения гомополимеризации ВК [1]. У образующегося в этих условиях

ПВК наиболее высокая температура размягчения, термическая устойчивость и весьма высокая степень кристалличности (до 35...50 % [2]);

2. этот инициатор – ДЭАХ широко используется при изучении полимеризации электронодонорных мономеров, как это следует из анализа литературных данных [3–7]. Этот факт можно объяснить тем, что эксперименты с ДЭАХ удобно проводить в так называемых "открытых системах" в атмосфере очищенного азота и совершенно не обязательно работать в условиях глубокого вакуума, с целью показа необходимости образования иницирующих частиц катионного типа [8].

Говоря о РС N-винильных соединений, необходимо отметить, что структура фрагмента, связанного с гетероатомом, сильно влияет на их активность в реакции полимеризации. Известно, что алифатические виниламины не активны в полимеризации. Плеш [9] объясняет это инертностью растущей цепи вследствие резонанса



В случае ВК эта трудность преодолевается за счет тенденции к сохранению ароматических свойств карбазолильного фрагмента. ВК очень легко полимеризуется по катионному механизму [10–12]. В работе [13] показано, что скорость роста цепи при катионной полимеризации ВК под действием стабильных органических катионов более чем в 100 раз выше аналогичной величины для простых виниловых эфиров.

Для исследования процесса полимеризации ВК под действием ДЭАХ использовалась установка метода остановленной струи (МОС) с регистрацией в ИК-области спектра [14]. В качестве растворителя для проведения кинетических измерений на установке МОС был выбран хлороформ, так как он не имеет собственных полос поглощения в исследуемой области спектра (1700...1600 см<sup>-1</sup>).

Для вычисления констант скоростей реакций на основании результатов, полученных на установке МОС, была проведена калибровка кюветы наблюдения и определен коэффициент экстинкции полосы поглощения валентных колебаний винильной связи ВК при  $\nu = 1656$  см<sup>-1</sup>, используемой для количественного анализа. Показано, что в области концентраций мономера от  $2,6 \cdot 10^{-3}$  до  $2,6 \cdot 10^{-2}$  моль/л для полосы поглощения при  $\nu = 1656$  см<sup>-1</sup> выполняется закон Ламберта-Бера.

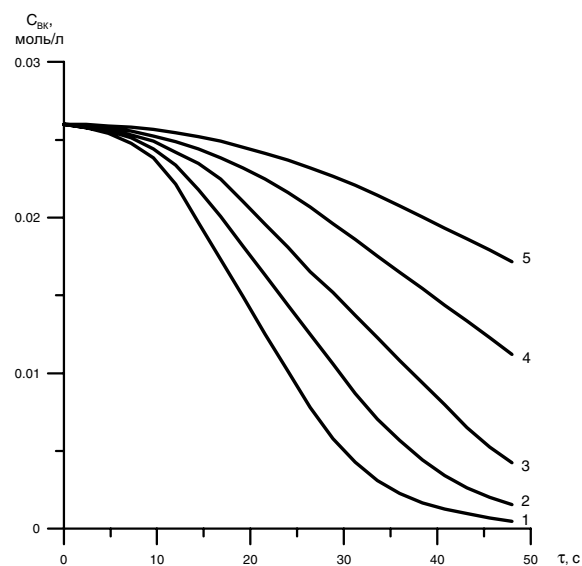


Рис. 1. Кинетические кривые полимеризации ВК при различных исходных концентрациях ДЭАХ (ммоль/л): 1) 0,5; 2) 0,4; 3) 0,3; 4) 0,2; 5) 0,1

Найденное значение коэффициента экстинкции полосы валентных колебаний винильной связи ВК оказалось равным  $195 \pm 2$  л/(моль·см). Учитывая, что толщина кюветы наблюдения установки МОС равняется 0,2 см, связь между оптической плотностью полосы поглощения при  $\nu = 1656$  см<sup>-1</sup> и концентрацией мономера в растворе хлороформа можно выразить следующим образом:

$$C_{\text{ВК}} = \frac{D_{1656}}{(39,0 \pm 0,4)} \quad (1)$$

Полимеризацию проводили при начальных концентрациях инициатора и мономера  $1...5 \cdot 10^{-4}$  и  $1,5...2,6 \cdot 10^{-2}$  моль/л соответственно. Кинетические кривые получали путем пересчета зависимостей коэффициента пропускания ( $A$ ) от времени  $\tau$ , записываемых на установке МОС, по формуле (1). Соответствующие кинетические кривые представлены на рис. 1, из которого видно, что полимеризация ВК, иницированная ДЭАХ, характеризуется S-образными кривыми зависимости конверсии ВК от времени  $\tau$ .

В общем случае S-образные кинетические кривые могут указывать либо на автокаталитическую реакцию, либо на последовательность нескольких реакций, протекающих с различными скоростями. В нашем случае выполняется последнее условие, поскольку не удается построить единственную кинетическую кривую по опытным данным с использованием метода трансформации [15].

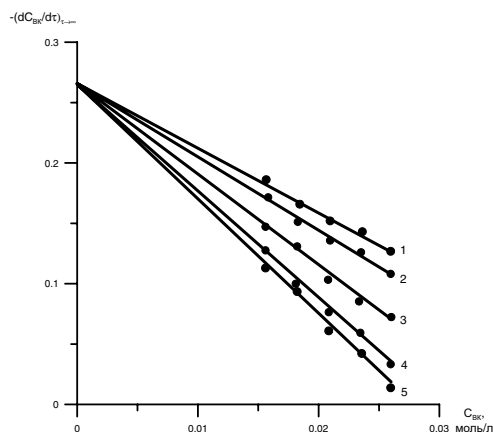


Рис. 2. Зависимость  $\left(-\frac{dC_{\text{ВК}}}{d\tau}\right)_{\tau \rightarrow \infty}$  от концентрации мономера при различных исходных концентрациях ДЭАХ (ммоль/л): 1) 0,1; 2) 0,2; 3) 0,3; 4) 0,4; 5) 0,5

Полулогарифмические анаморфозы изменения конверсии ВК во времени представляют собой кривые, которые при увеличении переходят в линейные зависимости, причем наклоны конечных прямых участков линейно уменьшаются с ростом начальной концентрации мономера (рис. 2). Такая зависимость описывается выражением

$$\text{tg} \alpha = k_1 + k_2 \cdot C_{\text{ВК}} \quad (2)$$

Для линейных участков полулогарифмических анаморфоз справедливо

$$\left(-\frac{dC_{\text{ВК}}}{d\tau}\right)_{\tau \rightarrow \infty} = \text{tg} \alpha \cdot C_{\text{ВК}}$$

Подставляя в это уравнение выражение (2), получим:

$$\left(-\frac{dC_{\text{ВК}}}{d\tau}\right)_{\tau \rightarrow \infty} = (k_1 + k_2 \cdot C_{\text{ВК}}) \cdot C_{\text{ВК}}$$

В тоже время, из рис. 2 следует, что значение  $k_2$  зависит от исходной концентрации ДЭАХ:

$$k_2 = k_3 \cdot C_{\text{ДЭАХ}}.$$

Численные значения  $k_1$  и  $k_3$  оказались следующими:

$$k_1 = 0,196 \text{ л/(моль} \cdot \text{с)};$$

$$k_3 = 6,92 \cdot 10^3 \text{ л/(моль} \cdot \text{с)},$$

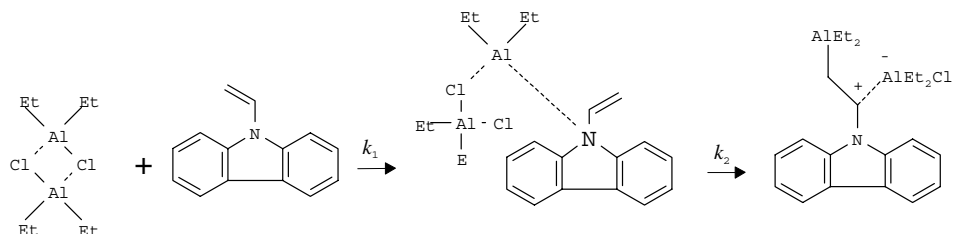
что подтверждает вывод о последовательности нескольких реакций, протекающих в исследуемой системе с различной скоростью.

Во всех случаях реакция полимеризации ВК под действием ДЭАХ протекала до полного расходования мономера и сопровождалась образованием окрашенного интермедиата, окраска которого не исчезала и после полного расходования мономера. Более того, при добавлении новой порции мономера к реакционной среде полимеризация возобновлялась и также протекала до полного расходования мономера.

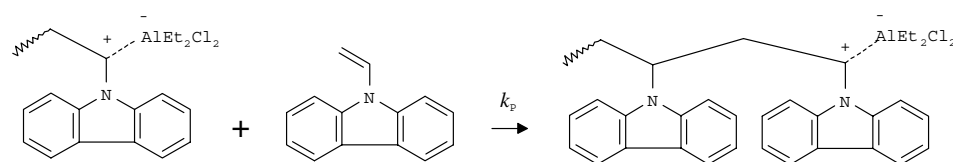
Такое протекание полимеризации указывает на отсутствие в системе реакций обрыва цепи. Это подтверждается тем, что при "разгерметизации" установки МОС (т.е. при контакте реакционной среды с влагой воздуха) окраска исчезала и реакция больше не возобновлялась при добавлении новой порции мономера. Однако прекращение роста молекулярной массы полимера при повторном добавлении мономера свидетельствует о протекании в системе реакций передачи цепи.

Для объяснения полученных результатов предложен следующий механизм протекания процесса:

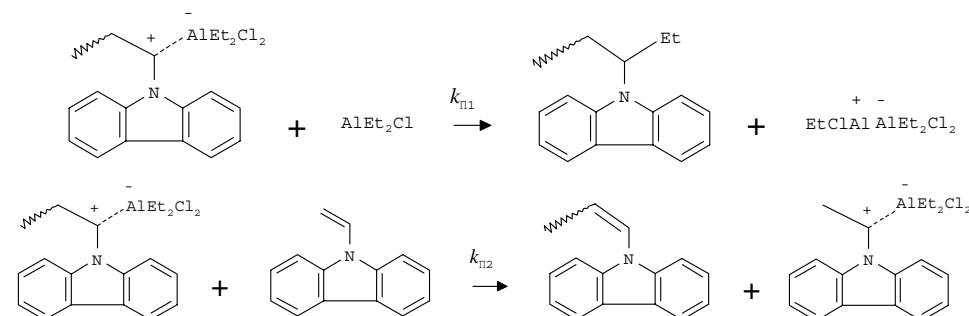
### 1. Иницирование



### 2. Рост цепи



### 3. Перенос цепи



Предполагается, что на стадии иницирования происходит образование донорно-акцепторного комплекса между ВК и ДЭАХ. Поскольку наиболее важным и, по-видимому, определяющим фактором в образовании молекулярных комплексов является перенос заряда с молекулярной орбитали донора на молекулярную орбиталь акцептора, степень перекрывания этих орбиталей должна иметь немаловажное значение при формировании межмолекулярных связей.

При взаимодействии ВК с ДЭАХ, в большей или меньшей степени, могут проявляться эффекты сопряжения, стерические эффекты и влияние заместителей. Так, например, наличие объемного карбазолильного заместителя в молекуле ВК будет мешать образованию межмолекулярной связи  $\text{N} \cdots \text{Al}$  из-за перекрывания вандерваальсовых радиусов замещающих групп в молекулах ВК и ДЭАХ. В тоже время, взаимодействие ВК с ДЭАХ будет приводить к изменению плоской конформации последнего в пирамидальную [16], что облегчает образование межмолекулярной связи.

По-видимому, при взаимодействии ВК с ДЭАХ возможно образование как  $\pi\nu$ -, так и  $\nu\nu$ -комплексов. Доказательством их образования может служить появление новой полосы переноса заряда в электронном спектре продуктов взаимодействия ВК и ДЭАХ, приведенном на рис. 3 (кривая 3). Из рис. 3 видно, что в спектрах исходных ВК (кривая 1) или ДЭАХ (кривая 2) подобная полоса отсутствует, а сама наблюдаемая полоса переноса заряда (ППЗ) фактически состоит из двух полос с максимумами при  $\lambda = 584$  и  $614$  нм. Одна из них, по-видимому,

связана с переходом на  $d$  орбиталь ДЭАХ  $\pi$ -электрона ВК, а другая – с переходом  $n$ -электрона.

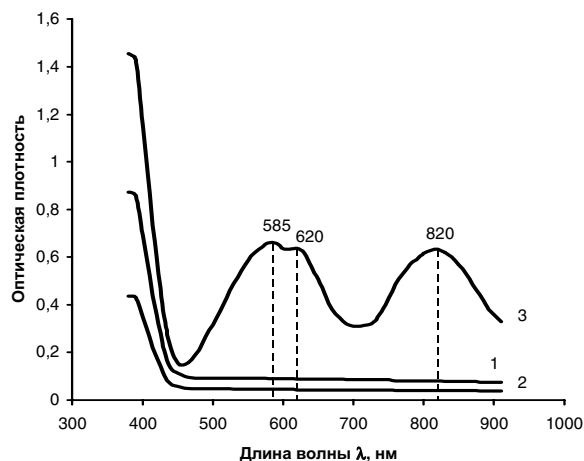


Рис. 3. Спектры поглощения растворов в хлороформе ВК (1), ДЭАХ (2) и ВК·ДЭАХ (3)

Поскольку перенос заряда от молекулы донора (ВК) к молекуле акцептора (ДЭАХ) при комплекссообразовании может привести к перераспределению электронной плотности как в молекуле донора, так и в молекуле акцептора, произвели расчет электронной структуры исходных молекул ВК и ДЭАХ, а также донорно-акцепторного комплекса (КПЗ) между ними полуэмпирическим квантово-химическим методом MNDO с использованием комплекса программ, приведенных в [17].

При расчете электронной структуры комплекса между ВК и ДЭАХ были сделаны следующие упрощения:

1. Принято, что исходные молекулы ВК и ДЭАХ копланарны.
2. Сближение ВК и ДЭАХ проводили вдоль оси  $\langle N \dots Al \rangle$  перпендикулярно плоскостям расположения молекул.
3. Геометрия исходных молекул ВК и ДЭАХ взяты соответственно из работ [18] и [16].

Таблица 1. Длины и порядки связей в молекулах ВК, ДЭАХ и ВК·ДЭАХ

Связь	Порядок связи			Длина связи Å		
	ВК	ДЭАХ	ВК ДЭАХ	ВК	ДЭАХ	ВК ДЭАХ
$C_{\alpha}-C_{\beta}$	1,907	–	1,820	1,226	–	1,335
$N-C_{\alpha}$	0,971	–	0,908	1,406	–	1,495
$Al-Cl$	–	0,885	0,971	–	2,095	2,146
$Al-C$	–	0,939	0,928	–	1,819	1,849
$Al-N$	–	–	0,375	–	–	2,265
$Al-C_{\alpha}$	–	–	0,041	–	–	3,066
$Al-C_{\beta}$	–	–	0,036	–	–	3,528

Проведенные расчеты показали, что при большом удалении ДЭАХ от донорного центра преобладают электростатические силы взаимодействия между реагентами. Однако, на расстояниях меньше 0,7 нм начинает проявляться роль орбитальных эффектов – обменного отталкивания и переноса заряда. В зоне об-

разования межмолекулярной связи атакующая молекула ДЭАХ приближается к винильному фрагменту ВК под углом  $105,2^{\circ}$ . Рассчитанные длины и порядки связей в молекулах ВК, ДЭАХ и КПЗ приведены в табл. 1. Из сопоставления данных табл. 1, можно сделать вывод о том, что межмолекулярная связь образуется преимущественно между атомами азота и алюминия и лишь в незначительной степени между атомом алюминия и винильной связью молекулы ВК.

Полученные данные говорят о том, что при взаимодействии ВК с молекулой инициатора в начальной фазе происходит образование донорно-акцепторного комплекса средней силы со степенью переноса заряда от донора к акцептору 0,29 заряда электрона. Образующийся донорно-акцепторный комплекс между ВК и ДЭАХ имеет  $\lambda_{\max} = 584$  и  $614$  нм, что близко к приводимому в литературе значению  $\lambda_{\max}$  для комплекса ВК с тетрацианэтиленом [19], равному 590 нм.

Взаимодействие между ВК и ДЭАХ приводит к тому, что эффективный заряд на  $\beta$ -углеродном атоме винильной группы ВК значительно снижается, длина винильной связи увеличивается, а ее порядок – уменьшается (табл. 1). Это в значительной степени облегчает последующий процесс образования активной частицы.

По нашему мнению, таким процессом может быть образование катионрадикала ВК с последующим слиянием двух таких катионрадикалов в дикатион. Доказательством образования последнего в данном случае может служить появление в электронном спектре продуктов взаимодействия ВК и ДЭАХ полосы при  $\lambda_{\max} = 820$  нм, относимой к длинноволновому максимуму поглощения дикатиона ВК (кривая 3 на рис. 3). Нами также зарегистрировано образование окрашенного интермедиата ( $\lambda_{\max} = 840$  нм) при взаимодействии ДЭАХ с этилкарбазолом. В литературе приводится значение  $\lambda_{\max} = 850$  нм для катиона, образующегося в результате взаимодействия этилкарбазола с хлоридом мышьяка [20], что хорошо согласуется с полученными нами значениями. В дальнейшем протекает полимеризация ВК по катионному механизму.

Исходя из кинетических данных, полученных нами для изучаемой системы (ВК : ДЭАХ : хлороформ), мы предложили математическую модель реакции полимеризации ВК, которая была использована для проверки кинетической схемы реакции путем сравнения экспериментальных результатов с теоретическими, полученными расчетным путем, а также для определения и уточнения констант скоростей элементарных стадий этого процесса.

Для упрощения расчетов были сделаны следующие допущения:

1. скорость полимеризации в целом лимитируется процессом образования активных частиц, так как это хорошо объясняет слабую зависимость скорости полимеризации от исходной концентрации мономера;

2. активность всех растущих частиц принята одинаковой;
3. влияние растворителя и образующегося полимера минимально.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений, соответствующая математической модели реакции, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dC_{ДЭАХ}}{d\tau} &= -k_1 \cdot C_{ДЭАХ} \cdot C_{ВК} - k_{П1} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ДЭАХ}; \\ \frac{dC_{ВК}}{d\tau} &= -k_1 \cdot C_{ДЭАХ} \cdot C_{ВК} - k_p \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ВК} - k_{П2} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ВК}; \\ \frac{dC_{ППЗ}}{d\tau} &= k_1 \cdot C_{ДЭАХ} \cdot C_{ВК} - k_2 \cdot C_{ППЗ}; \\ \frac{dC_{АЦ}}{d\tau} &= k_2 \cdot C_{АЦ} - k_p \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ВК} - k_{П1} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ДЭАХ} - k_{П2} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ВК}; \\ \frac{dC_{П}}{d\tau} &= k_{П1} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ДЭАХ} + k_{П2} \cdot C_{АЦ} \cdot C_{ВК}.\end{aligned}$$

Интегрирование системы уравнений проводили на ЭВМ с использованием пакета программ основу которого составляет метод Гира, применяемый для ускоренного решения в случае жестких систем высокого порядка. Поиск оптимальных значений констант скоростей элементарных стадий полимеризации ВК проводили путем минимизации функционала (к), имеющего следующий вид [21]:

$$\Phi(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{\tau=0}^{\tau_k} [y_{ij}(k, \tau) - x_{ij}(\tau)]^2,$$

здесь  $N$  – число экспериментов, проведенных при различных начальных условиях;  $M$  – число экспериментально измеряемых компонент реакции (в нашем случае  $M=1$ , так как в ходе эксперимента измерялась лишь концентрация ВК);  $x_j(\tau)$  – экспериментальные кинетические зависимости;  $y_{ij}(k, \tau)$  – рассчитанные значения концентраций ВК;  $\tau$  – время реакции.

В качестве ограничений использовалась имеющаяся информация о константах скоростей реакций. Для учета этих ограничений на константы скоростей осуществлялась замена переменных [21]:

$$k = \frac{k_B - k_H}{\frac{k_B - k_0}{k_0 - k_H} \exp(-\xi) + 1} + k_H,$$

где  $k_B$  и  $k_H$  – соответственно верхняя и нижняя границы изменения соответствующей константы скорости;  $k_0$  – ее начальное значение;  $\xi$  – новая переменная, изменяющаяся от  $-\infty$  до  $+\infty$ , по которой производится минимизация.

Учитывая ограничения, налагаемые на значения констант скоростей элементарных актов полимеризации, удалось удовлетворительно описать экспериментальные данные. Расчетные значения констант скоростей реакций приведены в табл. 2, там же приведены соответствующие данные, полученные в ходе эксперимента. На рис. 4 приведены предсказанные концентрации реагирующих компонентов, интермедиата и активных центров во времени. Проведенные расчеты показали, что на кривой зависимости концентрации интермедиата

(комплекса с переносом заряда  $\text{N} \dots \text{Al}^+$ ) имеется максимум, а кривая зависимости концентрации активных центров от времени имеет S-образный характер. Расхождение между вычисленными и экспериментальными кинетическими кривыми не превосходит ошибки эксперимента, что говорит в пользу непротиворечивости принятой схемы экспериментально установленным закономерностям процесса полимеризации ВК под действием ДЭАХ.

Таблица 2. Расчетные и экспериментальные значения констант скоростей реакций

Константа	Значение		Размерность
	расчетное	экспериментальное	
$k_1$	0,104	0,196	л·моль <sup>-1</sup> ·с <sup>-1</sup>
$k_2$	$1,03 \cdot 10^{-3}$	–	с <sup>-1</sup>
$k_p$	$7,20 \cdot 10^3$	$6,92 \cdot 10^3$	л·моль <sup>-1</sup> ·с <sup>-1</sup>
$k_{П1}$	$2,70 \cdot 10^2$	–	л·моль <sup>-1</sup> ·с <sup>-1</sup>
$k_{П2}$	8,20	–	л·моль <sup>-1</sup> ·с <sup>-1</sup>
$k_{П1}/k_p$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$3,10 \cdot 10^{-2}$	–
$k_{П2}/k_p$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$	–

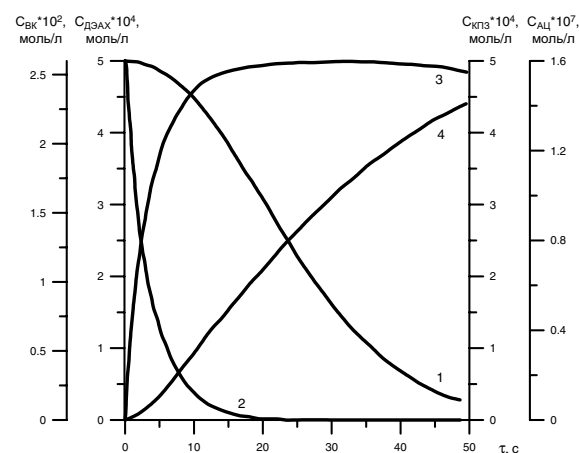


Рис. 4. Рассчитанные концентрации ВК (1), ДЭАХ (2), комплекса между ВК и ДЭАХ (3) и активных центров (4). Начальные условия:  $C_{ВК}=26,0$  ммоль/л;  $C_{ДЭАХ}=0,5$  ммоль/л;  $T=20^\circ\text{C}$

Таким образом, в результате проведенных кинетических исследований полимеризации ВК под действием ДЭАХ в растворе хлороформа показано, что на протекание реакции большое влияние оказывает комплексообразование между мономером и инициатором. В частности, это приводит к тому, что процесс полимеризации в целом лимитируется образованием активных частиц, которыми, как предполагается, являются дикатионы ВК.

Проведенные расчеты с помощью созданной математической модели процесса показали, что ускорение, существующее у этой реакции, хорошо объясняется ростом концентрации активных центров во времени. Образование межмолекулярной связи между ВК и ДЭАХ подтверждается проведенными квантовохимическими расчетами, а также появлением новых ППЗ в электронных спектрах продуктов их взаимодействия.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dall'Asta G., Casalle A. La polimerizzazione dell'N-vinylcarbazolo mediante catalisi cationica coordinate // Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis., Mat., Nat. — 1965. — V. 39. — № 5. — P. 291—297.
2. Kellen T. Quasiliving carbocationic polymerization. X. Molecular weight averages and polydispersity // J. Macromol. Sci. — 1982—1983. — V. A18. — № 9. — P. 1339—1351.
3. Natta G., Dall'Asta G., Mazzanti G., Giannini U., Cesca S. Stereospezifische polymerization von vinylathern // Angew. Chem. — 1959. — V. 71. — № 6. — P. 205—210.
4. Dall'Asta G., Oddo N. Polimerizzazione cationica stereospecifica di alche I alchil vinil eteri // Chimika I Ind. — 1960. — V. 42. — № 11. — P. 1234—1237.
5. Hirata H., Tani H. The polymerization of isobutylvinyl ether by diethylaluminium chloride // Polymer. — 1968. — V. 9. — № 1. — P. 59—60.
6. Natta G., Farina M., Peraldo M., Corradini P., Bressan G., Canis P. Polimerizzazione stereospecifica di transalchenieteri // Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci.: Fis., Mat., Natur. — 1960. — V. 28. — № 4. — P. 442—451.
7. Hotsel H.E., Wondraczek R.H., Dost A., Heublein G. Synthesis of poly(indene-g-isobutylene) by cationic techniques // Polym. Bull. — 1983. — V. 9. — № 8—9. — P. 402—409.
8. Кеннеди Дж. Катионная полимеризация олефинов. — М.: Мир, 1978. — 432 с.
9. Катионная полимеризация / Под ред. П. Пеша. — М.: Мир, 1966. — 584 с.
10. Горбачев С.Г. Реакционная способность 9-алкенилкарбазолов в катионной полимеризации // Автореферат дис. ... канд. хим. наук. — Томск, 1976. — 23 с.
11. Ляпков А.А., Сутягин В.М., Лопатинский В.П., Кубиц З.Г. ИК-спектроскопический метод наблюдения за кинетикой полимеризации 9-винилкарбазола // Высокомолекул. соедин. — 1987. — Т. A29. — № 12. — С. 2670—2672.
12. Сутягин В.М., Ляпков А.А. Реакции получения карбазолсодержащих полимеров // Известия вузов. Химия и хим. технология. — 2000. — Т. 43. — Вып. 3. — С. 87—91.
13. Bowyer P.M., Ledwith A., Sherrington D. Absolute reactivity in the cationic polymerization of N-vinylcarbazole // Polymer. — 1971. — V. 12. — № 8. — P. 509—520.
14. Новиков В.Т., Ляпков А.А., Кубиц В.В. Установка для изучения кинетики реакций полимеризации методом остановленной струи с регистрацией в ИК-области спектра // Высокомолекулярные соединения. — 1987. — Т. A29. — № 12. — С. 2673—2674.
15. Шмит Р., Сапунов В.А. Неформальная кинетика. — М.: Мир, 1985. — 264 с.
16. Okninski A. Molekularne potencjaly elektrostatyczne związkow gli-noorganicznych reaktywnosc i struktura elektronowa // Pr. nauk. P. Warsz. Chem. — 1983. — № 31. — P. 3—78.
17. Близнюк А.А., Войтюк А.А. Комплекс программ MNPDO-85 для расчета электронной структуры, физико-химических свойств и реакционной способности молекулярных систем полумпирическими методами MNDO, MNDOC и AM1 // Журнал структурной химии. — 1986. — Т. 27. — № 4. — С. 190—191.
18. Tsutsui K., Hirotsu K., Umesaki M., Kurahashi M., Shimada A., Hidushi T. Structural Chemistry of Polymerizable Monomers. I. Crystal Structure of N-Vinylcarbazole // Acta crystallogr. — 1976. — V. B32. — № 11. — P. 3049—3053.
19. Wojciechowski P., Kryszewski M. Photosensitization processes in molecular solids // Potsdam. Forsch. — 1979. — V. B. — № 20. — P. 141—145.
20. Partridge R.H. Electroluminescence from polyvinylcarbazole films. I. Carbazole cations // Polymer. — 1983. — V. 24. — № 6. — P. 733—738.
21. Полак Л.С., Гольденберг М.Я., Левицкий А.А. Вычислительные методы в химической кинетике. — М.: Наука, 1984. — 280 с.